

Baze de numeratie

Teorie si exercitii

Autori: Bogdan Gherman, Calin Vaida, Doina Pislă

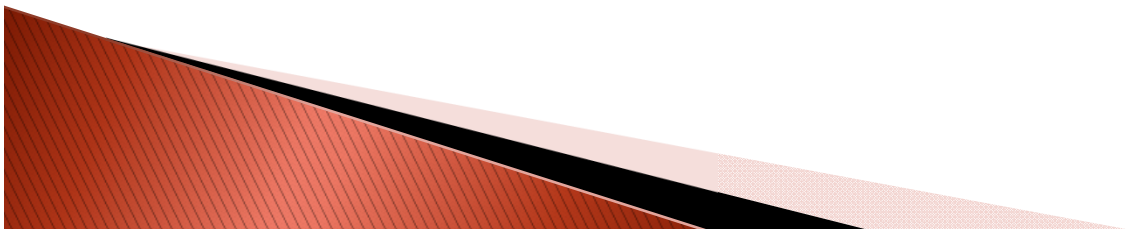
Cluj-Napoca, 2014

Cuprins

► BAZE DE NUMERATIE

- Sisteme de numeratie
- Sisteme de numeratie - notatii
- Sistemul de numeratie zecimal
- Sistemul de numeratie binar
- Conversia părții întregi a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație
- Conversia părții fracționare a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație
- Conversia numerelor dintr-o bază oarecare în baza 10
- Conversia datelor între bazele de numeratie 2 și 16

► EXERCITII



The background of the slide is a dark green field filled with various numbers in a lighter green, monospace-style font. The numbers are scattered and vary in size, creating a digital or data-like atmosphere. Overlaid on this background is the title 'SISTEME DE NUMERATIE' in a bold, white, sans-serif font with a thin black outline.

SISTEME DE NUMERATIE

Sisteme de numeratie

Un sistem de numerație folosește pentru reprezentarea numerelor un set de ***b*** simboluri sub forma:

$$\{0, 1, 2, 3, \dots, b - 1\}$$

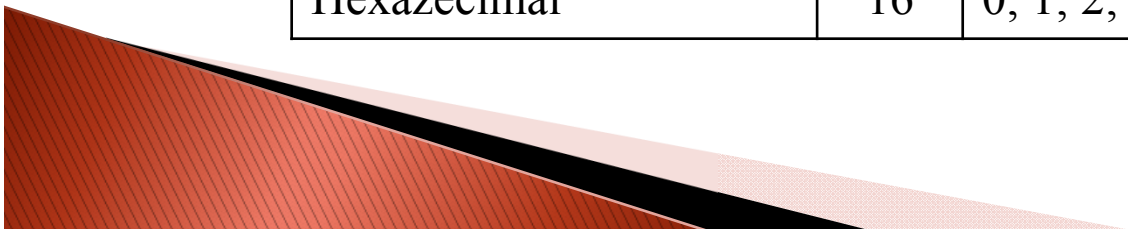
unde ***b*** poartă denumirea de bază de numerație. Așa cum se poate observa, o bază de numerație conține simboluri strict pozitive, începând cu cifra **0**, care merg până la valoarea imediat inferioară bazei ***b***.

OBS. În cazul bazelor de numerație vor fi adăugate simboluri noi, în afara celor 10 cifre, simboluri reprezentate convențional de litere.



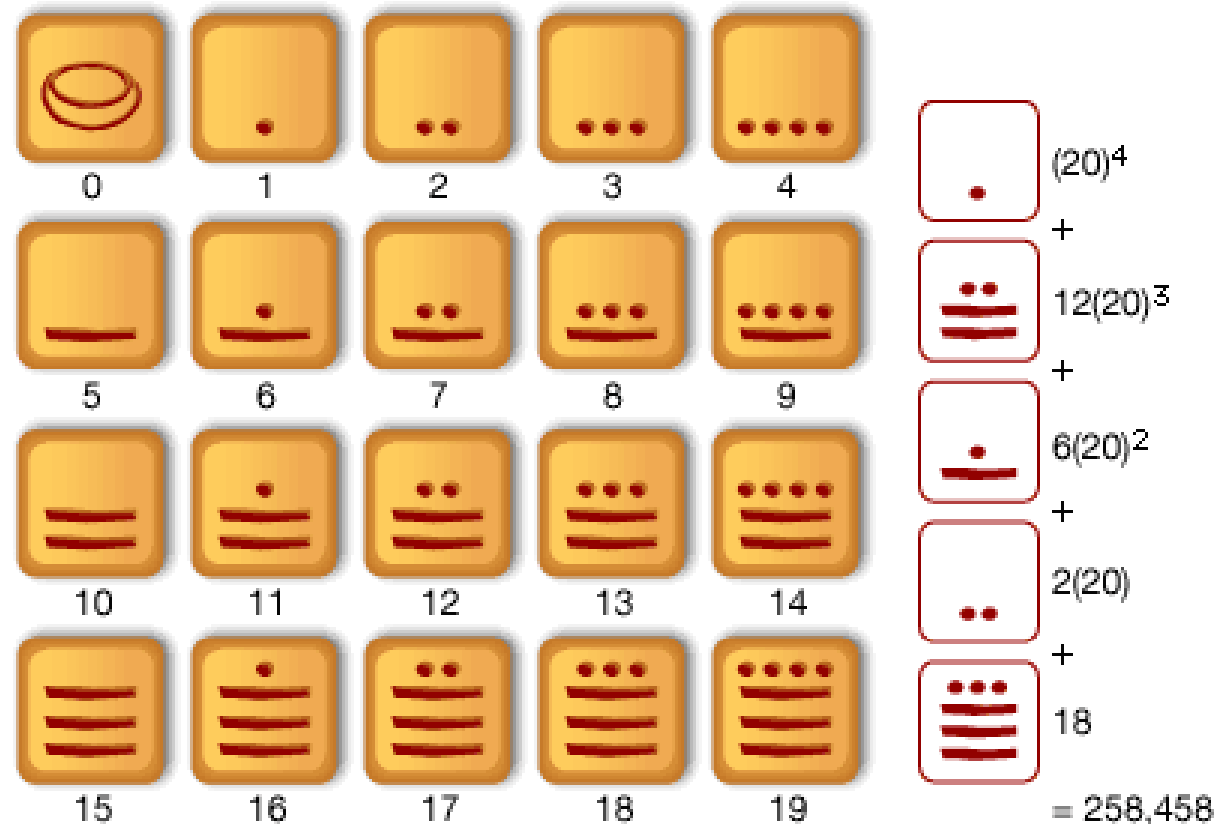
Sisteme de numeratie

Sistem de numerație	Baza	Caractere existente
Binar	2	0; 1
Ternar	3	0; 1; 2
Ternar cu bază simetrică	3	-1; 0; 1
Cuaternar	4	0; 1; 2; 3
Qvintar	5	0; 1; 2; 3; 4
Octal	8	0; 1; 2; 3; 4; 5, 6, 7
Zecimal	10	0; 1; 2; 3; 4; 5, 6, 7; 8; 9
Dozecimal	12	0; 1; 2; 3; 4; 5, 6, 7; 8; 9; A; B
Hexazecimal	16	0; 1; 2; 3; 4; 5, 6, 7; 8; 9; A; B; C; D; E; F



Sisteme de numeratie

Mayan numeral system



© 2003 Encyclopædia Britannica, Inc.

Sisteme de numeratie – notatii

La sfârșitul numărului se adaugă o literă corespunzătoare bazei de numerație:

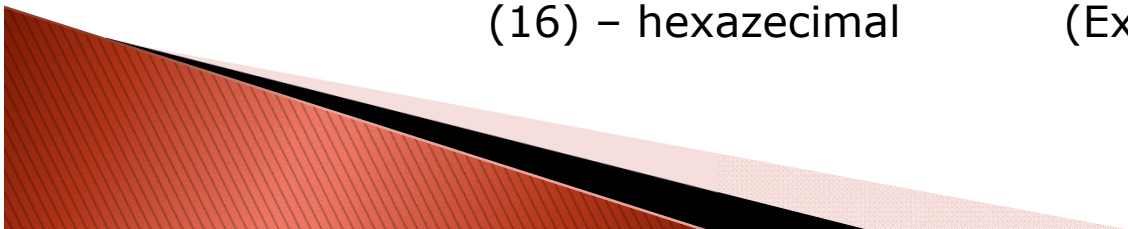
B – binar	(Ex. 100110 <i>B</i>)
D – zecimal	(Ex. 233418 <i>D</i>)
H – hexazecimal	(Ex. 322 <i>FH</i>)

La sfârșitul numărului se notează între paranteze baza de numerație:

(2) – binar	(Ex. 100110(2))
(10) – zecimal	(Ex. 233418(10))
(16) – hexazecimal	(Ex. 322 <i>F</i> (16))

La sfârșitul numărului se notează (cu sau fără) paranteze baza de numerație sub formă de indice:

(2) – binar	(Ex. 100110 ₍₂₎)
(10) – zecimal	(Ex. 233418 ₍₁₀₎)
(16) – hexazecimal	(Ex. 322 <i>F</i> ₍₁₆₎)



Sistemul de numeratie zecimal

Sistemul de numerație zecimal este sistemul pe care operatorii umani îl utilizează cel mai frecvent. Modul de scriere actual al sistemului zecimal îl definește ca fiind un sistem de numerație ponderal (pozițional). Sistemul pozițional a fost inventat de indieni și preluat de către europeni prin intermediul arabilor. În acest sistem câte zece unități formează o nouă grupă de zece, zece grupe de zece formează o sută etc. Grupele fiind formate din câte zece unități sistemul a fost denumit sistem zecimal, iar numărul zece reprezintă baza de numerație.

Numărul 1072 poate fi considerat ca rezultatul operațiilor:

$$1072 = 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$

Obs. În cazul utilizării numerelor în baza 10 nu este obligatorie scrierea bazei de numerație.

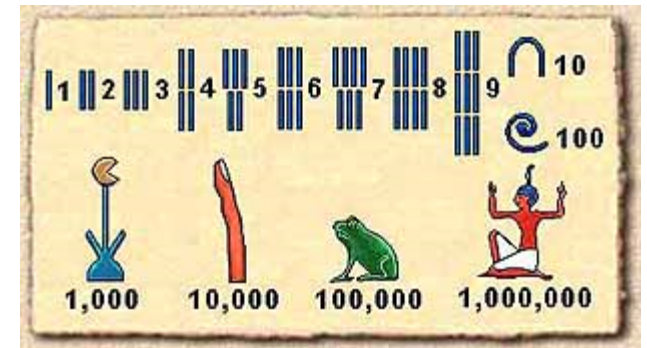


Sistemul de numeratie zecimal

Egyptian Hieratic Numerals

1	I	10	Λ	100	—	1000	ⲙ
2	II	20	Λ	200	—	2000	ⲙ
3	III	30	X	300	—	3000	ⲙ
4	IIII	40	ⲗ	400	—	4000	ⲙ
5	7	50	ⲛ	500	—	5000	ⲙ
6	2	60	ⲛ	600	—	6000	ⲙ
7	ⲗ	70	ⲛ	700	—	7000	ⲙ
8	≡	80	ⲛ	800	—	8000	ⲙ
9	ⲗ	90	ⲛ	900	—	9000	ⲙ

So, e.g, 1328 = ≡Λⲙⲙ



Sistemul de numeratie zecimal



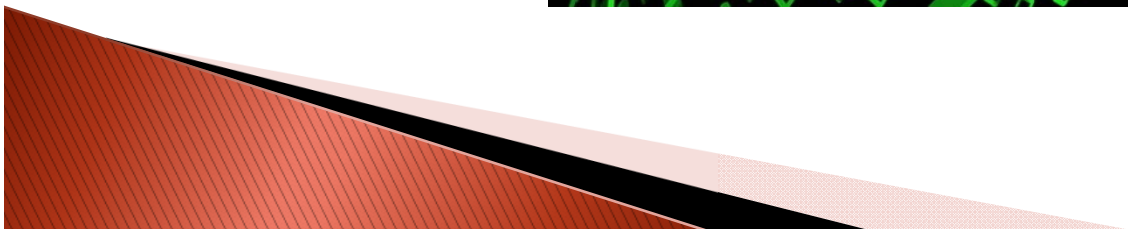
Roman Numerals

I	1	XX	20	CC	200
II	2	XXX	30	CCC	300
III	3	XL	40	CD	400
IV	4	L	50	D	500
V	5	LX	60	DC	600
VI	6	LXX	70	DCC	700
VII	7	LXXX	80	DCCC	800
VIII	8	XC	90	CM	900
IX	9	C	100	M	1000
X	10				

scholarschoice.ca

Sistemul de numerație binar

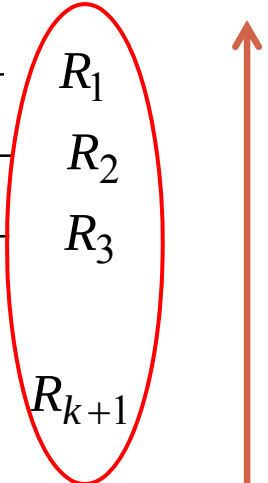
Sistemul de numerație binar posedă pentru exprimarea numerelor numai două cifre: 0 și 1. Din acest motiv un număr exprimat în acest sistem de numerație are mai multe cifre semnificative decât în sistemul zecimal.



Conversia părții întregi a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație

O metodă foarte simplă de conversie o reprezintă împărțirea întreagă cu rest succesivă a numărului analizat la baza (**b**) în care se face conversia - câtul obținut se împarte la bază până la obținerea valorii 0, numărul convertit fiind obținut prin scrierea resturilor fiecărei împărțiri în ordine inversă.

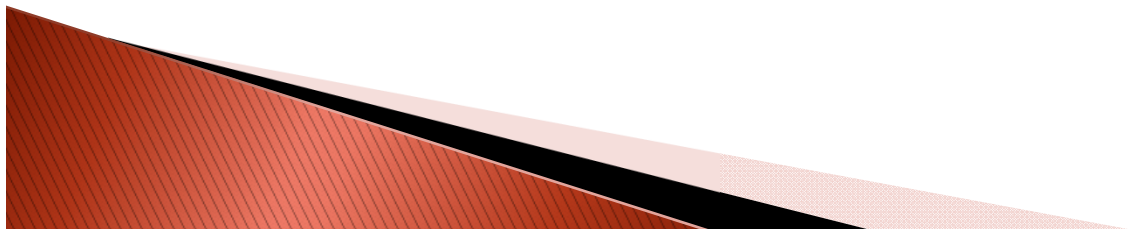
Astfel se obține conversia:

$$\begin{array}{rclcl} N_{10} & : & b & = & C_1 + R_1 \\ C_1 & : & b & = & C_2 + R_2 \\ C_2 & : & b & = & C_3 + R_3 \\ & & \vdots & & \\ C_k & : & b & = & 0 + R_{k+1} \end{array}$$


$$N_{(10)} = (R_{k+1}R_k \dots R_3R_2R_1)_{(b)}$$

Conversia părții întregi a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație

Baza 2	Baza 5	Baza 8	Baza 16
$147 : 2 = 73 + 1$	$147 : 5 = 29 + 2$	$147 : 8 = 18 + 3$	$147 : 16 = 9 + 3$
$73 : 2 = 36 + 1$	$29 : 5 = 5 + 4$	$18 : 8 = 2 + 2$	$9 : 16 = 0 + 9$
$36 : 2 = 18 + 0$	$5 : 5 = 1 + 0$	$2 : 8 = 0 + 2$	
$18 : 2 = 9 + 0$	$1 : 5 = 0 + 1$		
$9 : 2 = 4 + 1$			
$4 : 2 = 2 + 0$			
$2 : 2 = 1 + 0$			
$1 : 2 = 0 + 1$			
$147_{10} = 10010011_2$	$147_{10} = 1042_5$	$147_{10} = 223_8$	$147_{10} = 93_{16}$



Conversia părții fracționare a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație

Conversia părții fracționare a unui număr din baza 10 se face cu operația inversă conversiei părții întregi, și anume prin **înmulțiri** succesive. La înmulțirea cu baza, se reține partea fracționară a rezultatului pentru următoarea înmulțire **partea întreagă reprezentând cifrele numărului convertit**. Spre deosebire de conversia părții întregi, la conversia părții fracționare se ajunge foarte rar la un rezultat exact (rezultatul înmulțirii să ajungă cu parte fracționară 0) de aceea, **la astfel de conversii se va impune și o precizie de reprezentare**.

$$\begin{aligned} 0.F \times b &= I_1.F_1 = 0.F_1 + I_1 \\ 0.F_1 \times b &= I_2.F_2 = 0.F_2 + I_2 \\ &\vdots \\ 0.F_{p-1} \times b &= I_p.F_p = 0.F_p + I_p \end{aligned}$$

Numărul convertit va fi de forma:

$$(I_1 I_2 \dots I_p)_b$$

Conversia părții fracționare a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație

Baza 2	Baza 5
$0.163 \times 2 = 0.326 + 0$	$0.163 \times 5 = 0.815 + 0$
$0.326 \times 2 = 0.652 + 0$	$0.815 \times 5 = 0.075 + 4$
$0.652 \times 2 = 0.304 + 1$	$0.075 \times 5 = 0.375 + 0$
$0.304 \times 2 = 0.608 + 0$	$0.375 \times 5 = 0.875 + 1$
$0.608 \times 2 = 0.216 + 1$	$0.875 \times 5 = 0.375 + 4$
$0.216 \times 2 = 0.432 + 0$	$0.375 \times 5 = 0.875 + 1$
$0.163_{10} = 0.001010_2$	$0.163_{10} = 0.040141_5$
Baza 8	Baza 16
$0.163 \times 8 = 0.304 + 1$	$0.163 \times 16 = 0.608 + 2$
$0.304 \times 8 = 0.432 + 2$	$0.608 \times 16 = 0.728 + 9$
$0.432 \times 8 = 0.456 + 3$	$0.728 \times 16 = 0.648 + 11$
$0.456 \times 8 = 0.648 + 3$	$0.648 \times 16 = 0.368 + 10$
$0.648 \times 8 = 0.184 + 5$	$0.368 \times 16 = 0.888 + 5$
$0.184 \times 8 = 0.472 + 1$	$0.888 \times 16 = 0.208 + 14$
$0.163_{10} = 0.123351_8$	$0.163_{10} = 0.29BA5E_{16}$

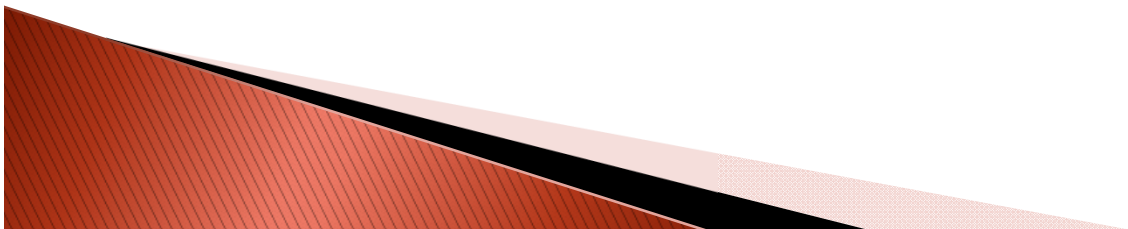
Conversia numerelor dintr-o bază oarecare în baza 10

În cazul acestei conversii, nu se mai face diferență între partea întreagă și partea fracționară a numărului, putându-se stabili o regulă generală. Fie numărul:

$$i_n i_{n-1} i_{n-2} \dots i_1 i_0, f_1 f_2 \dots f_{m-1} f_m(b)$$

Relația generală de conversie este:

$$N_{10} = i_n \cdot b^n + i_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + i_1 \cdot b^1 + i_0 \cdot b^0 + \\ + f_1 \cdot b^{-1} + \dots + f_{m-1} \cdot b^{-(m-1)} + f_m \cdot b^{-m}$$



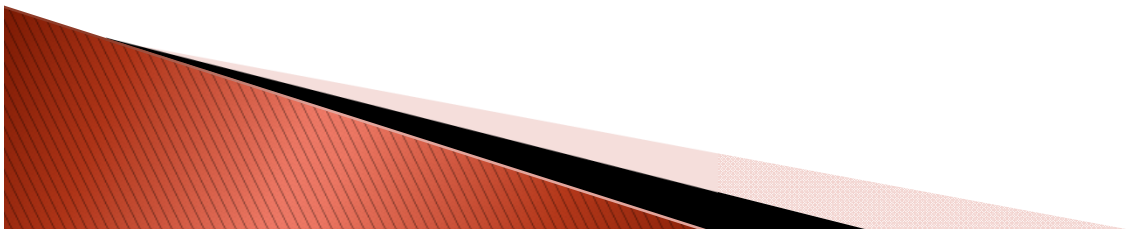
Conversia numerelor dintr-o bază oarecare în baza 10

Exemple:

$$10011,001_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = \\ = 16 + 2 + 1 + 0.125 = 19.125_{10}$$

$$76,12_8 = 7 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} = 56 + 6 + 0.125 + 0.03125 = 62.15625_{10}$$

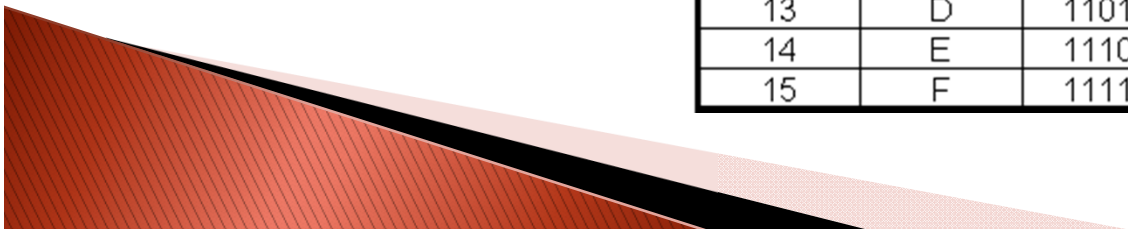
$$AF9_{16} = 10 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = 2560 + 240 + 9 = 2809_{10}$$



Conversia datelor intre bazele de numeratie 2 si 16

Folosind proprietatea ca baza doi este 2^1 si baza 16 2^4 putem grupa pe cate patru biti cifrele numerelor si realizam direct conversia:

Base 10	Base 16	Base 2
0	0	0
1	1	1
2	2	10
3	3	11
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

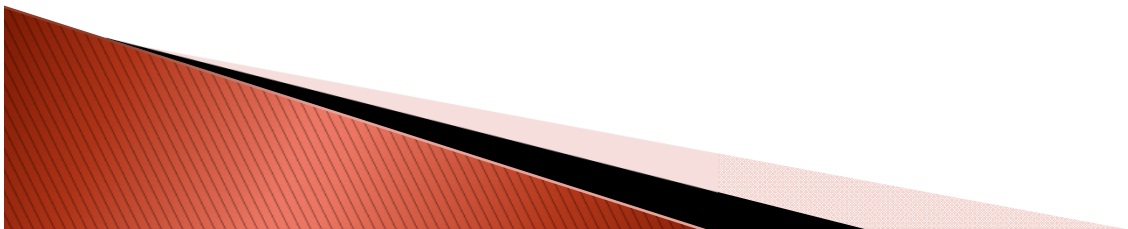


Conversia datelor intre bazele de numeratie 2 si 16

$$11011101011_{(2)} = ???_{(16)}$$

Raspuns:

$$\begin{array}{ccc} \textcolor{red}{0}110 & 1110 & 1011_{(2)} = 6EB_{(16)} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 6 & E & B \end{array}$$



Conversia datelor intre bazele de numeratie 2 si 16

$$3FCB12_{(16)} = ???_{(2)}$$

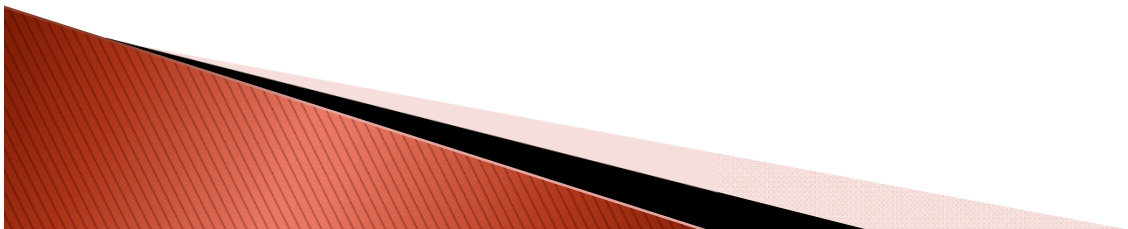
Raspuns:

3	F	C	B	1	2
↓	↓	↓	↓	↓	↓
0011	1111	1100	1011	0001	0010

$$3FCB12_{(16)} = 1111111100101100010010_{(2)}$$



EXERCITII



Exercitii

Converțiți în baza 10 următoarele numere:

11101_2 , 433_7 , $A0B_{12}$, $A0F_{16}$

$312,11_8$, $915, F_{16}$, $10011101, 001101_2$

776_8 , 1110001_2

Converțiți din baza zece în bazele 2, 8 și 16 numerele:

127, 90, 76

56.54, 18.002, 9861.7

Realizați următoarele conversii:

$1101,011_2 \rightarrow N_{16}$

$AC3,0F_{16} \rightarrow N_2$



