

Brahiterapia asistată robotic, o abordare inovativă în terapia cancerelor inoperabile (CHANCE)

Modelarea dinamică a structurilor paralele pentru brahiterapie

Modelele cinematice dezvoltate pentru structurile paralele inovative pentru brahiterapie permit determinarea parametrilor cuplelor motoare (poziții, viteze și accelerații) și a parametrilor end-efectorului (coordonatele punctului caracteristic și orientarea instrumentului). Pentru a putea afla forțele necesare în motoare pentru ca robotul să își poată îndeplini sarcinile, este necesară determinarea modelului dinamic invers. În cadrul acestui model se iau în calcul masele elementelor care compun structura cinematică a robotului, permițând astfel determinarea forțelor necesare în cazul deplasărilor liniare sau a momentelor necesare în cazul mișcărilor de rotație.

Pentru fiecare robot trebuie definite proprietățile de masă care vor permite rezolvarea modelului dinamic, în continuare fiind prezentat sinoptic modelul pentru structura PARA-BRACHYROB care se află în curs de elaborare a documentației tehnice pentru execuția modelului experimental, ceea ce permite obținerea foarte exactă a maselor elementelor componente a robotului.

Pentru rezolvarea modelului dinamic există în literatură patru metode generale de lucru:

1. Formularea Newton-Euler;
2. Ecuațiile Lagrange de speța I cu multiplicatori;
3. Ecuațiile Lagrange de speța a II-a cu număr minim de coordonate;
4. Principiul deplasărilor virtuale.

În cazul robotului paralel PARA-BRACHYROB destinat procedurii de brahiterapie robotizată, s-a aplicat principiul lucrului mecanic virtual. Soluția a fost implementată în cadrul unui program MATLAB pentru realizarea unor simulări. Pentru rezolvarea mai ușoară a modelului dinamic s-a aplicat două ipoteze simplificatoare: principiul concentrării maselor și eliminarea forțelor de frecare.

1. Principiul concentrării maselor

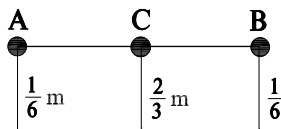


Fig. 1 Ipoteza simplificatoare adoptată pentru concentrarea maselor în diferite puncte ale elementelor componente ale structurii robotului

Astfel, o bară omogenă de lungime l și masă m este echivalentă cu trei puncte aranjate ca în figura 1, obținându-se un sistem echivalent cu cel inițial. Așadar:

$$m_A = \frac{1}{6}m \quad m_B = \frac{1}{6}m \quad m_C = \frac{2}{3}m \quad (1)$$

2. Eliminarea forțelor de frecare

Cea de-a doua ipoteză simplificatoare care s-a aplicat în acest caz este cea a eliminării din ecuații a forțelor de frecare. Această simplificare are în principal rolul de a reduce timpul de calcul, iar datorită construcției cât și a tipurilor de materiale folosite, această ipoteză nu introduce erori semnificative.

Pentru determinarea ecuațiilor modelului dinamic invers se consideră cunoscute legile de mișcare ale robotului pe cele trei coordonate (X_E, Y_E, Z_E) , unghiurile ψ și θ calculându-se de fiecare dată funcție de poziția punctelor E și I ale efectorului final, modelul cinematic invers precum și masele elementelor robotului. Se cere determinarea forțelor/momentelor din cuplele motoare $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5)$ necesare pentru respectarea traiectoriei impuse descrise de legile de mișcare.

Pentru determinarea modelului dinamic invers s-a utilizat **principiul deplasărilor virtuale**. Trebuie calculat așadar vectorul $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5]^T = [F_1, F_2, M_3, F_4, F_5]^T$, unde F_1, F_2, F_4, F_5 corespund forțelor liniare din cuplele motoare q_1, q_2, q_4, q_5 , iar M_3 corespunde momentului de acționare corespunzător cuplei motoare q_3 .

În urma concentrării maselor s-au obținut un număr de 30 de mase echivalente a căror distribuție este exemplificată în fig. 5. Ecuațiile rezultate au fost simplificate datorită neglijării forțelor de frecare. Pentru determinarea ecuațiilor modelului invers al robotului PARA-BRACHYROB s-au considerat cunoscute ecuațiile cinematice ale efectorului final, pe baza cărora au fost determinate variațiile forțelor și ale momentelor motoare la nivelul motoarelor de acționare ale robotului.

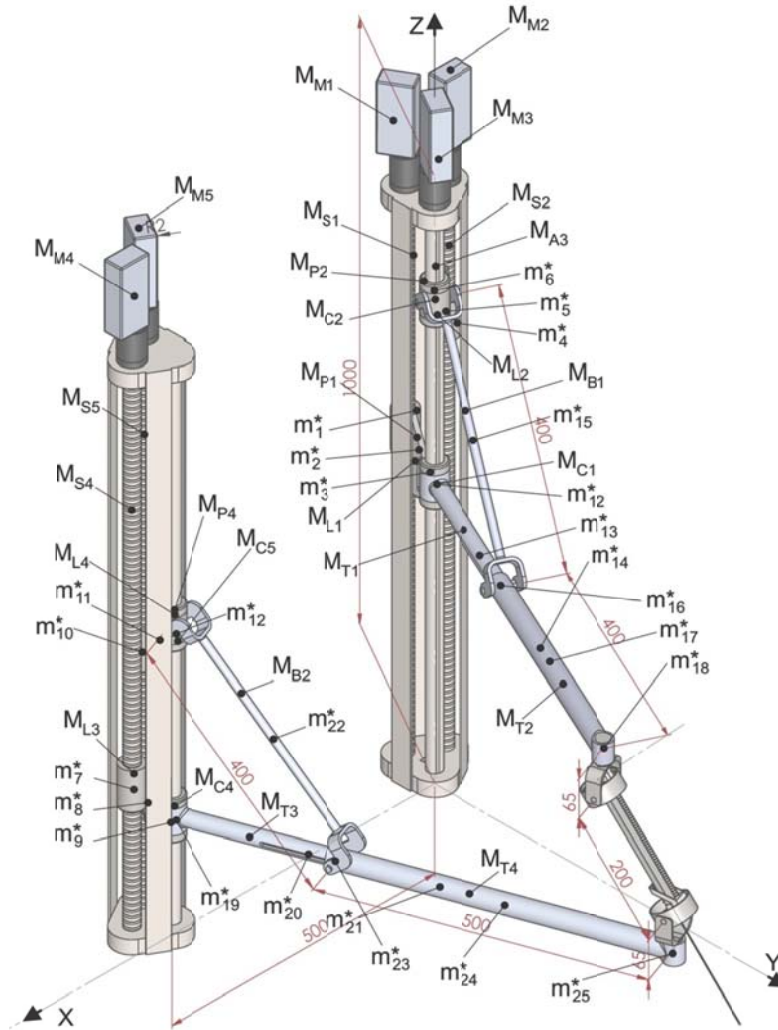


Fig. 2 Distribuția punctelor de masă concentrate pentru modelul 3D al robotului paralel PARA-BRACHYROB

Pentru rezolvarea modelului dinamic invers al robotului paralel se iau în calcul următoarele elemente (fig. 2):

- Șuruburile de mase: $M_{S1}, M_{S2}, M_{S4}, M_{S5}$;
- Piulițele cu bile de mase: $M_{P1}, M_{P2}, M_{P4}, M_{P5}$;
- Coloana centrală, cu masa M_{a3} , fiind alcătuită din axa profilată rotativă de masă m_{opr} și roata de curea, a cărei masă este notată cu m_r ;
- Elementele de legătură dintre piulițe și bucele coloanelor M_{a3} și M_{a1} de mase: $M_{L1}, M_{L2}, M_{L3}, M_{L4}$;
- Masele bucelor coloanelor M_{a3} și M_{a1} de mase $M_{C1}, M_{C2}, M_{C4}, M_{C5}$;
- Masele barelor de legătură M_{B1} și M_{B2} ;
- Masele arborilor cilindrici M_{T1} și M_{T3} ;
- Masele țevelor M_{T2} și M_{T4} ;

- Masele cuplelor de rotație M_{CR1} și M_{CR2} ;
- Masele cuplelor cardanice M_{CC1} și M_{CC2} ;
- Masa sistemului care asigură introducerea acului: M_A ;
- Următorii parametri geometrici:
 - o b_1 și b_2 reprezintă lungimea elementelor de masă M_{T2} și M_{T4} ;
 - o d_1 și d_2 reprezintă lungimea barelor de masă M_{B1} și M_{B2} ;
 - o l_1 reprezintă distanța dintre centrul cuplei de rotație de masă M_{CR1} și centrul cuplei cardanice de masă M_{CC1} ;
 - o l_2 reprezintă distanța dintre centrul cuplei de rotație de masă M_{CR2} și centrul cuplei cardanice de masă M_{CC2} ;
 - o l_c reprezintă distanța dintre centrul cuplei cardanice de masă M_{CC1} și centrul cuplei cardanice de masă M_{CC2} ;
 - o s_1 reprezintă distanța de la originea sistemului de referință la centrul de masă al ansamblului arbore+roată de curea, de masă M_{Q3} .

Se definesc astfel masele celor 30 de puncte concentratoare de masă și coordonatele acestora, din care se prezintă pentru exemplificare o parte din ecuații.

$$m_1^* = m_{P_1} + \frac{1}{6}m_{L_1}; m_2^* = \frac{2}{3}m_{L_1}; m_3^* = \frac{1}{6}m_{L_1} + m_{C_1} + \frac{1}{6}m_{T_1};$$

$$\dots \tag{2}$$

$$m_{16}^* = \frac{1}{6}m_{b_1} + \frac{1}{6}m_{t_2}; m_{17}^* = \frac{2}{3}m_{t_2}; m_{18}^* = \frac{1}{6}m_{t_2} + m_{CC1} + m_{m_6} + \frac{1}{6}m_A;$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{l_1}{2}; \\ y_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}l_1; \\ z_1 = q_1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{l_1}{4}; \\ y_2 = -\frac{\sqrt{3}}{4}l_1; \\ z_2 = q_1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 0; \\ y_3 = 0; \\ z_3 = q_1; \end{cases}$$

$$\dots \tag{3}$$

$$\begin{cases} x_{16} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1^2 - (q_2 - q_1)^2} \cdot \cos(q_3); \\ y_{16} = \sqrt{d_1^2 - (q_2 - q_1)^2} \cdot \sin(q_3); \\ z_{16} = q_1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_{17} = \left(\sqrt{d_1^2 - (q_2 - q_1)^2} + \frac{b_1}{2} \right) \cdot \cos(q_3); \\ y_{17} = \sqrt{d_1^2 - (q_2 - q_1)^2} \cdot \sin(q_3); \\ z_{17} = q_1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_{18} = r_{s1} \cdot \cos(q_3); \\ y_{18} = r_{s1} \cdot \sin(q_3); \\ z_{18} = q_1; \end{cases}$$

Se introduc notațiile:

$q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5]^T$ - vectorul coordonatelor generalizate ale robotului;

$\delta q = [\delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, \delta q_4, \delta q_5]^T$ - vectorul deplasărilor elementare virtuale în cuplele active (motoare);

$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, \dot{q}_5]^T$ - vectorul vitezelor generalizate ale robotului (vectorul vitezelor în cuplele active);

$\ddot{q} = [\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ddot{q}_3, \ddot{q}_4, \ddot{q}_5]^T$ - vectorul accelerațiilor generalizate ale robotului (accelerațiile în cuplele active);

$X_E = [X_E, Y_E, Z_E, \psi, \theta]^T$ - vectorul coordonatelor generalizate ale efectorului final (platformei mobile);

$X_{M_i} = [X_i, Y_i, Z_i]^T, i = 1, 2, \dots, 20$ - vectorul coordonatelor maselor concentrate $M_i, (i = 1, 2, \dots, 30)$;

$\dot{X}_E = [\dot{X}_E, \dot{Y}_E, \dot{Z}_E, \dot{\psi}, \dot{\theta}]^T$ vectorul vitezelor generalizate ale efectorului final;

$\ddot{X}_E = [\ddot{X}_E, \ddot{Y}_E, \ddot{Z}_E, \ddot{\psi}, \ddot{\theta}]^T$ vectorul accelerațiilor generalizate ale efectorului final;

$\delta X_{M_i} = [\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i]^T$ vectorul deplasărilor virtuale ale punctului $M_i, (i = 1, 2, \dots, 30)$;

$\dot{X}_{M_i} = [\dot{X}_i, \dot{Y}_i, \dot{Z}_i]^T$ vectorul vitezelor punctului M_i ;

$\ddot{X}_{M_i} = [\ddot{X}_i, \ddot{Y}_i, \ddot{Z}_i]^T$ vectorul accelerațiilor punctului M_i ;

$\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5]^T = [F_1, F_2, F_3, F_4, F_5]^T$ vectorul forțelor de acționare ale robotului.

Principiul lucrului mecanic virtual (sau al deplasărilor virtuale) se definește prin relația:

$$\delta W = \delta q^T \cdot \tau + \sum_{i=1}^{30} \delta X_{M_i}^T (T_i^{Tr} + T_i^g) = 0 \quad (4)$$

Se prezintă în continuare, în mod sinoptic, algoritmul modelului dinamic invers, care stă la baza modelării structurii PARABRACHYROB. Acest algoritm va permite o analiză comparativă detaliată între modelele dinamice din MATLAB și Siemens NX, datele urmând apoi să fie introduse în sistemul de comandă al robotului.

În relația (4), termenul:

$$\sum_{i=1}^{30} \delta X_{M_i}^T (T_i^{Tr} + T_i^g) \quad (5)$$

este suma lucrurilor mecanice virtuale ale forțelor de inerție și ale forțelor de greutate ale celor 30 de puncte dinamic echivalente.

Vectorul forțelor de inerție al punctului M_i va fi:

$$T_i^{Tr} = \begin{bmatrix} -m_i^* \ddot{X}_i \\ -m_i^* \ddot{Y}_i \\ -m_i^* \ddot{Z}_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_i^* & 0 & 0 \\ 0 & m_i^* & 0 \\ 0 & 0 & m_i^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_i \\ \ddot{Y}_i \\ \ddot{Z}_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

iar cel al forțelor de greutate (care acționează în sens negativ al axei OZ a robotului) va fi:

$$T_i^g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_i g \end{bmatrix} \quad (7)$$

Notând cu

$$J_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_p}{\partial q_1} & \frac{\partial X_p}{\partial q_2} & \frac{\partial X_p}{\partial q_3} & \frac{\partial X_p}{\partial q_4} & \frac{\partial X_p}{\partial q_5} \\ \frac{\partial Y_p}{\partial q_1} & \frac{\partial Y_p}{\partial q_2} & \frac{\partial Y_p}{\partial q_3} & \frac{\partial Y_p}{\partial q_4} & \frac{\partial Y_p}{\partial q_5} \\ \frac{\partial Z_p}{\partial q_1} & \frac{\partial Z_p}{\partial q_2} & \frac{\partial Z_p}{\partial q_3} & \frac{\partial Z_p}{\partial q_4} & \frac{\partial Z_p}{\partial q_5} \\ \frac{\partial \psi_p}{\partial q_1} & \frac{\partial \psi_p}{\partial q_2} & \frac{\partial \psi_p}{\partial q_3} & \frac{\partial \psi_p}{\partial q_4} & \frac{\partial \psi_p}{\partial q_5} \\ \frac{\partial \theta_p}{\partial q_1} & \frac{\partial \theta_p}{\partial q_2} & \frac{\partial \theta_p}{\partial q_3} & \frac{\partial \theta_p}{\partial q_4} & \frac{\partial \theta_p}{\partial q_5} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Se definesc relațiile între vectorii viteză și accelerație ai efectorului final și a cuplurilor active astfel:

$$\dot{X}_E = J_p \cdot \dot{q} \quad (9)$$

$$\ddot{X}_E = J_p \cdot \ddot{q} + \dot{J}_p \cdot \dot{q} \quad (10)$$

Pentru cele 30 de puncte dinamic echivalente se definește:

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_i}{\partial q_1} & \frac{\partial X_i}{\partial q_2} & \frac{\partial X_i}{\partial q_3} & \frac{\partial X_i}{\partial q_4} & \frac{\partial X_i}{\partial q_5} \\ \frac{\partial Y_i}{\partial q_1} & \frac{\partial Y_i}{\partial q_2} & \frac{\partial Y_i}{\partial q_3} & \frac{\partial Y_i}{\partial q_4} & \frac{\partial Y_i}{\partial q_5} \\ \frac{\partial Z_i}{\partial q_1} & \frac{\partial Z_i}{\partial q_2} & \frac{\partial Z_i}{\partial q_3} & \frac{\partial Z_i}{\partial q_4} & \frac{\partial Z_i}{\partial q_5} \end{bmatrix}, i=1..30 \quad (11)$$

Și se scriu relațiile:

$$\dot{X}_{M_i} = J_i \cdot \dot{q}, \quad \delta X_{M_i} = J_i \cdot \delta q \quad (12)$$

Din care rezultă:

$$\delta X_{M_i}^T = \delta q^T \cdot J_i^T \quad (13)$$

Cu ajutorul relației (13), relația (4) devine:

$$\delta W = \delta q^T \cdot \tau + \sum_{i=1}^{30} \delta q^T \cdot J_i^T \cdot (T_i^{Tr} + T_i^g) = 0 \quad (14)$$

De unde, rezultă relația finală a vectorului forțelor motoare:

$$\tau = - \sum_{i=0}^{30} J_i^T \cdot (T_i^{Tr} + T_i^g) \quad (15)$$

Pe baza acestor ecuații se elaborează modelul dinamic invers care va validat între rezultatele analitice obținute în MATLAB și cele obținute pe baza simulării dinamice realizate în Siemens NX.